Investigación sobre el conteo infantil

José Domingo Villarroel
Didáctica de la Matemática y de las Ciencias experimentales
UPV/EHU

1. *Introducción*

La cuestión del origen de los fundamentos del conteo infantil ha sido un tema central tanto en la didáctica de la matemática (Blas y Bartolomé, 2005; Chamorro et al. 2006; Oyarzun, 2005) como en la psicología del desarrollo (Le Corre y Carey, 2007, 2006; Sarnecka y al., 2007; Gelman, 2006, Butterworth, 2005, Piaget, 1965, 1980).

Aunque la visión tradicional sobre esta cuestión situaba en algún momento entre los 6 y los 7 años la divisoria entre el conocimiento numérico con verdadero fundamento matemático y la simple utilización rutinaria de las palabras-número, lo cierto es que en los últimos tiempos están apareciendo datos que sugieren con insistencia que las habilidades numéricas de niños menores de 6 años y que, incluso, la formas de representación no-verbal de los números son fenómenos cognitivos que deben tenerse muy en cuenta (Feigenson et al., 2006; Clark y Grossman, 2007; Kobayashi et al., 2004; Xu y Arriaga, 2007; Xu, et al., 2005).

De hecho se evidencia la existencia de una estructura numérico-cognitiva nuclear en el sistema de conocimiento humado cuyas manifestaciones más tempranas pueden ser registradas a los pocos meses del nacimiento (Spelke y Kinzler, 2007). Por otro lado, algunas de las particularidades de esta estructura cognitiva son compartidas con otras especies animales, especialmente, con primates no-humanos (Flombaum, et al., 2005).

El artículo que a continuación se presenta es una revisión sobre la investigación realizada en torno al conteo infantil, posiblemente, la primera adquisición matemática y uno de los aprendizajes que en mayor medida condicionarán futuros éxitos educativos.

El escrito comienza haciendo un repaso sobre la visión piagetiana de la adquisición del sentido numérico ya que las aportaciones de este autor han resultado particularmente influyentes, tanto en la perspectiva educacional como en la investigación básica sobre esta cuestión. A continuación, se expondrá la propuesta de "primero principios, después capacidades" enunciada por Gelman y Gallistel (1978) y Gelman y Meck (1983), punto de referencia para muchas de las investigaciones sobre el conteo y la concepción infantil de número. Se finalizará haciendo un repaso a lo que actualmente se consideran las fuentes conceptuales de los principios del conteo, haciendo hincapié tanto en aspectos metodológicos como en los resultados más sugerentes de la investigación.

2. Concepción de Piaget sobre la comprensión de la noción de número

Las aportaciones de Jean Piaget (1896 - †1980) han influido decisivamente en la concepción que hoy en día tenemos sobre cómo se origina el pensamiento numérico y las habilidades de conteo

Este autor estableció una distinción fundamental entre tres tipos de conocimiento, el físico, el convencional y el de naturaleza lógico-matemático (Piaget, 1980). El entendimiento relativo a cómo son los objetos (su color, su forma) y cómo interaccionan (ruedan, se caen, se paran) son aspectos concernientes al dominio físico mientras que el conocimiento de las palabras que utilizamos para contar los objetos o de las reglas de un juego, corresponden al ámbito de las convenciones sociales. Según Piaget ambas formas de conocimiento tienen un origen externo al individuo.

El conocimiento lógico-matemático, empero, tiene un origen diferente. Al comparar, por ejemplo, rotuladores de diferentes colores se puede considerar que son iguales (en cuanto a su forma, longitud o peso) o diferentes (en cuanto a su color). Es el sujeto, internamente, el que establece las relaciones mentales entre las representaciones de los objetos, de forma que es también el propio sujeto quien, en basándose en esas relaciones, concluye que los rotuladores sean iguales, o no.

Para Piaget, el vínculo que se establece entre, por ejemplo, un par de rotuladores y el concepto "dos", es un tipo especial de relación que pertenece al ámbito del conocimiento lógico-matemático. Este conocimiento, a diferencia del físico y el convencional, tiene su origen en la propia mente del individuo ya que, dada su naturaleza no observable, debe ser elaborado por uno mismo (Kamii et al., 2005).

Piaget estableció que este tipo de conocimiento surgía como consecuencia de un proceso de abstracción reflexiva caracterizado por:

- su naturaleza no observable, aunque en su elaboración es necesario partir de la experiencia con el entorno y los objetos circundantes.
- evoluciona de lo más simple a lo más complejo.
- es un tipo de conocimiento no memorístico y permanente.

Desde la perspectiva piagetiana y con relación a cuándo se alcanza la comprensión del concepto de número, los niños y niñas no logran un verdadero entendimiento del concepto de número hasta finalizar la etapa pre-operacional.

Durante esta etapa, entre los dos y los siete años, se va consolidando una forma de pensamiento más ágil que se apoya en acciones mentales internas para representar objetos y predecir acontecimientos (Feldman, 2005). Sin embargo, este pensamiento se centra especialmente en las características sensoriales de los objetos y se limita por su falta de reversibilidad, egocentrismo y animismo (Blas y al., 2005).

Por esta causa durante la etapa pre-operacional no es posible una verdadera comprensión de las nociones de número ya que, a pesar de que los niños y niñas de esta edad demuestren ciertas capacidades para el conteo, no han podido interiorizar unos requisitos lógicos que, según Piaget, son indispensables para alcanzar el entendimiento de la noción de número (Schirlin y Houdé, 2006).

Estos requisitos que garantizan la aprehensión del concepto de número, tanto en su aspecto cardinal (conjunto de elementos) como ordinal (relativo a la posición que un objeto ocupa en una serie) y que fueron la base experimental de la investigación de Piaget podrían resumirse de la siguiente forma (Kamii et al., 2005 ; Labinowicz, 1986):

- Conservación del número: relativo al hecho de que la noción de número es una característica propia de los conjuntos, la cual permanece a pesar de los cambios que pudiera sufrir la apariencia de los mismos.

  Detrás de esta noción se situaría la capacidad de establecer relaciones biunívocas entre los elementos de diferentes conjuntos para ser capaz de establecer comparaciones relativas al número de elementos más allá de las características perceptivas de los mismos.

- Seriación: relacionado con la habilidad para establecer relaciones comparativas entre los objetos de un conjunto, y ordenarlos, de forma creciente o decreciente, según sus diferencias.

  Dos características de esta habilidad lógica serían la transitividad y la reversibilidad.

  > La primera de ellas se refiere a la capacidad de establecer deductivamente relaciones entre objetos que realmente no han podido ser comparados, atendiendo a las relaciones previas que estos mismos objetos han tenido con otros. Por ejemplo, si se considera un objeto *A*, el cual es mayor que otro *B*, y este último es, a su vez, mayor que otro objeto *C*, se puede establecer sin experimentar la comparación que A será mayor que *C*.
  >
  > Con respecto a la reversibilidad, ésta se refiere al establecimiento de relaciones

inversas, es decir, un objeto dentro de una serie ordenada de mayor a menor es mayor que los siguientes y más pequeño que los anteriores.

- Clasificación: vinculado a la capacidad de establecer entre objetos relaciones de semejanza, diferencia y pertenencia (relación entre un objeto y la clase a la que pertenece) e inclusión (relación entre una subclase a la que pertenece un objeto y la clase de la que forma parte).

Sin embargo, la teoría Piaget, en los últimos tiempos están apareciendo nuevos datos que obligan, si no a replantearse los postulados piagetanos, si aa ampliar la consideración de las habilidades numéricas de los niños en la etapa pre-operacional.

3. Nuevas perspectivas: numeración infantil

Con relación al conteo infantil, Gelman y Gallistel (1978) y Gelman y Meck (1983) proponen la existencia de 5 principios que, en opinión de estos autores, guían la adquisición y ejecución de esta acción matemática.

1. Principio de correspondencia biunívoca: el niño debe comprender que para contar los objetos de un conjunto, todos los elementos del mismo deben ser contados y ser contados una sola vez.

2. Principio de orden estable: las palabras-número deben ser utilizadas en un orden concreto y estable.

3. Principio de cardinalidad: la última palabra-número que se emplea en el conteo de un conjunto de objetos sirve también para representar el número de elementos que hay en el conjunto completo.

Estos tres principios son los que tienen una vinculación más directa con la acción de conteo. No obstante Gelman y Gallistel proponen otros dos más:

4. Los principios de conteo pueden ser aplicados, independientemente de sus características externas, a cualquier conjunto de objetos o situaciones, es lo que se conoce como el principio de abstracción.
5. Y, finalmente, el principio de intrascendencia del orden, según el cual el resultado del conteo no varía aunque se altere el orden empleado para enumerar los objetos de un conjunto.

Una primera consideración relativa a la comparación de los postulados de Piaget con los principios de conteo de Gelman y Gallistel se refiere a que, a pesar de que los nombres inducen a pensar que se están considerando aspectos similares, ambas propuestas se refieren a fenómenos diferentes de la acción de contar.

Tal y como se puede observar en la tabla 1 que muestra una comparación entre ambos paradigmas, desde la perspectiva de Piaget la clave en la comprensión del conteo está vinculada a la capacidad de establecer comparaciones entre conjuntos, mientras que desde la perspectiva de Gelman y colaboradores la clave se circunscribe a la idea de destreza práctica para contar.

Tabla 1: Comparación de las condiciones de conteo entre la teoría de Piaget (1965) y los postulados de Gelman y Gallistel (1978)

	Gelman y Gallistel	***Piaget***
Cardinalidad	Se refiere a la utilización de la última palabra-número empleada en la acción de contar que sirve para catalogar todo el conjunto.	Se refiere a la comparación de conjuntos con el mismo número de elementos.
Correspondencia	Se refiere a contar todos los objetos de un conjunto y a contarlos una única vez.	Se refiere a la relación uno a uno entre los elementos de dos conjuntos diferentes.
Principio de orden estable	Se refiere a usar las palabras-número en un orden consistente y conforme con el socialmente aceptado.	Se refiere a la comprensión del significado cuantitativo que implica la serie de números; es decir, de su sentido de magnitud creciente.

Desde el punto de vista de estos últimos autores, existen evidencias que permiten aseverar que entre los 2 y los 3 años los niños y niñas son capaces de llevar a la práctica esos principios (Rittle-Johnson, y Siegler, 1998), aunque no sean capaces de aplicarlos a todo tipo de tareas y en todas las circunstancias. Sobre esta cuestión Gelman y Gallistel sostienen la idea de que si el niño fracasa en la tarea de contar se debe, principalmente, a condicionamientos ligados a la tarea. Entre las acciones no relacionadas con la comprensión de los principios de conteo que más pueden condicionar el éxito del mismo se mencionan la enumeración de los objetos: diferenciación de objetos contados de no contados, marcaje de los ya contados y separación espacial que facilite la identificación de los que faltan por contar (Chamorro et al., 2006).

En consecuencia, estos autores proponen diferenciar dos aspectos del conteo; por un lado, el relativo a comprender los principios fundamentales e imprescindibles que dan sentido a la acción de contar y, por otro lado, ser capaz de poner en práctica esos principios, cualquiera que sea el contexto y la exigencia de la tarea (Butterworth, 2005).

Gelman y colaboradores describen su propuesta como “primero principios, después capacidades” para subrayar, precisamente, que a pesar de no contar con una capacidad conceptual totalmente estructurada sobre la acción de contar, los niños y niñas de entre 2 y 4 años sí poseen los cimientos metodológicos del mismo (Bryant, 1996).

Efectivamente numerosas investigaciones han constatado que las habilidades pre-numéricas de niños y niñas de entre 2 y 5 años son ciertamente más prolijas que lo que tradicionalmente se había considerado. Por ejemplo, Potter y Levy (1968) constatan la capacidad de establecer correspondencias uno a uno, a los dos años de edad; Wynn (1990) registra la habilidad de contar conjuntos pequeños a los tres años; Starkey y Gelman (1982) confirman que los niños y niñas a partir de los tres años y medio pueden efectuar acciones de sustracción y adición de “uno” con objetos y palabras-número y Fuson y Kwon (1992) comprueban que a los cuatro años pueden utilizar los dedos como ayuda para acciones de adición .

La constatación de estas habilidades pre-numéricas que durante la edad preescolar guían la generación de procedimientos para el conteo contrasta con la evidencia de las dificultades en tareas matemáticas que se manifiestan durante la edad escolar. En opinión de algunos autores este hecho concuerdan con la idea de que existe un conjunto de las competencias matemáticas básicas tales como el conteo y la aritmética simple que son dominios de conocimiento inherentemente favorecidos durante el desarrollo (Rittle-Johnson y Siegler, 1998).

De hecho, la tesis “primero principios, después capacidades” expuesta anteriormente, considera que el dominio de conocimiento que definen estos principios de conteo está presente de forma innata dentro de los mecanismos de procesamiento de la información de los niños y que sería, precisamente, “la tendencia de los niños a usar sus sistemas de procesamiento de la información lo que les llevaría a atender de forma preferente a datos relevantes para estos sistemas y a potenciar el aprendizaje del conteo” (Gelman & Brenneman, 1994, p. 374).

4. La adquisición de los principios de conteo.

Verificar si efectivamente existe un sistema de representación numérica simbólica no verbal e innato cuyo desarrollo se ajusta a los tres principios de conteo (orden estable, correspondencia uno a uno y cardinalidad) ha sido un desafío experimental de primer orden.

A continuación se presenta una revisión sobre lo que se conoce sobre esta cuestión. Para ello, por un lado, se presentarán aspectos metodológicos relativos a la investigación en este ámbito y, a continuación, se presentarán las dos principales hipótesis sobre la adquisición de los principios de conteo: la tesis de Gelman y Gallistel, que se ha venido en llamar la hipótesis continua, y la propuesta de Wynn.

4.1. Aspectos metodológicos. ¿Cómo se estudian las representaciones numéricas de los niños?

Tal y como se expondrá a continuación, el tipo de metodología que se emplea para examinar las capacidades de conteo de niños menores de 4 años, condiciona en gran medida los resultados de la misma y las consideraciones finales que pueden hacerse sobre la cuestión del origen de los principios de conteo.

En consecuencia, parece recomendable exponer un breve repaso de cuáles son las técnicas que se emplean para este tipo de investigación. Seguidamente se presenta un resumen con las metodologías más influyentes en la investigación del conteo infantil. Se han respetado los nombres originales en inglés, para que el lector pueda identificarlos convenientemente en la literatura sobre la cuestión.

How many? (Wynn, K., 1990; Le Corre et al., 2006): El objetivo de esta tarea es provocar en el niño participante la acción de conteo, para lo cual a través de un personaje o muñeco que finge no saber contar, se invita al niño a que le ayude en el proceso de numerar varios grupos de juguetes pequeños de 2, 3 y 6 elementos.

Give a number (Wynn, 1992; Le Corre et al., 2006): En este ensayo se pretende que el niño seleccione un subconjunto de juguetes pequeños de un grupo para lo que se le anima a ello mediante la participación de un muñeco que aparenta necesitar un número concreto de juguetes para poder jugar. Con este fin, el experimentador presenta al niño un recipiente lleno de objetos y le pide ayuda para seleccionar los juguetes en varias pruebas de 1 a 6 objetos. Cuando el niño es capaz de dar correctamente X juguetes, en el siguiente intento se le pide $X + 1$. Si en un momento no es capaz de seleccionar correctamente $X + 1$, en el siguiente ensayo, se le vuelve a solicitar que seleccione X. Se considera que un niño ha superado un determinado nivel de conteo cuando es capaz de dar la respuesta correcta por lo menos dos de tres ensayos. Por otro lado, si el niño expresa un cardinal sin contar, se le invita a que cuente con preguntas como ¿Estás segura de que le has dado *X* juguetes? ¿Cómo?

Point to X (Wynn, 1992b): Se basa en mostrar a los niños dos cartas en las que aparecen dibujos de objetos (por ejemplo, ovejas). En una de las cartas se muestran *N* objetos y en la siguiente *N + 1*. A continuación se pide al niño que que señale dónde hay *N* elementos.

What is on the card? (Gelman, 1993): La metodología de esta tarea es mostrar al niño un conjunto de cartas que consecutivamente muestran de 1 a 7 u 8 objetos y preguntarle, simplemente, qué hay en una de las cartas. En la primera carta el propio experimentador interviene como modelo para promover la acción de conteo, mencionando sobre la carta, por ejemplo: *¡Qué bien, hay una rana!* Durante esta fase de ensayo se moldea la situación para facilitar que el niño cuente los objetos y exprese un cardinal. De esta manera, si el niño cuenta los objetos pero no menciona cuántos son, el examinador, con el fin de provocar la resolución de un cardinal, le preguntará: *Muy bien y...¿Qué hay en la carta?* Si por el contrario el niño solamente menciona el cardinal, sin contar, el examinador le preguntará algo como: *¿A ver, puedes enseñármelos?* o *¿Dónde están?*

En esta prueba se evita utilizar la pregunta de *¿Cuántos hay?* ya que se constata que los niños a menudo han aprendido a producir una secuencia numérica a esta respuesta como parte de una rutina social pero sin comprender realmente qué están haciendo o para qué cuentan.

Manual search task (Barner y al., 2007): El objetivo de este tipo de prueba consiste en evaluar la conducta exploratoria de niños y niñas hacia objetos que se esconden dentro de una caja. Durante una fase previa de familiarización, el experimentador incita a niño a buscar y a devolver una pelota de ping-pong que esconde en una caja. Durante la fase de experimentación se miden los tiempos de búsqueda de los objetos escondidos de, por ejemplo, de 1 frente a 3 bolas. Así, primero, se introduce una pelota en el interior y se permite al niño que la coja y la devuelva, después se le ofrece la caja de nuevo, y se mide el tiempo de búsqueda. Posteriormente, se realiza la misma prueba habiendo introducido tres bolas. Se le permite extraer una de ellas pero las otras dos han sido apartadas por el examinador. Nuevamente se miden los tiempos de búsqueda para encontrar diferencias significativas.

4.2. Hipótesis continua

Centrándose en la cuestión del origen de los principios de conteo, la tesis de Gelman y Gallistel (1978) es que estos principios de conteo no verbales guían la adquisición del conteo verbal de forma que no es el aprendizaje de la lista de palabras-número (cantinela numérica – Chamorro, 2006 –) lo que guía y pone la base para la asimilación de los principios de conteo sino que el conocimiento de los principios de conteo forma la base para la adquisición de la destreza de contar.

Estos autores sostienen la hipótesis antedicha, principalmente, en la observación de que el patrón de aprendizaje de conteo de niños y niñas no se ajusta a lo esperable de una mera asimilación pasiva de los patrones de conteo que ofrecen los cuidadores. Bien al contrario, los niños y niñas espontáneamente generan estrategias de conteo que difieren de la secuencia tradicional, bien en la orientación de la acción o bien en las palabras-número que utilizan (pueden incluir cantinelas como *"uno, tres, cinco"* o incluso recurrir a palabras no-número) pero siempre con la característica de orden estable. Gelman y Gallistel sugieren que estos errores son comparables a las sobregeneralizaciones de las reglas lingüísticas (por ejemplo: *¡se ha rompido!*) e indican que son una prueba de que los niños y niñas realmente intentan interpretar el patrón externo de conteo en términos de estructuras mentales internas.

4.3. Hipótesis de Wynn

Después de que los niños y niñas han aprendido su primera lista corta de palabras-número (cantinela numérica) para poder contar, Wynn (1990, 1992) encontró dos grupos, distinguibles en cuanto a sus habilidades de conteo. Por un lado, estaban aquellos que únicamente eran capaces de identificar cardinales de subconjuntos de un, dos o tres elementos y, por otro, aquellos que eran capaces de identificar cuatro o más.

Para establecer la diferencia entre ambos grupos Wynn recurría a dos tipos de experimentos, *"Give a number"*, que como se ha explicado anteriormente consiste en pedir a los niños que extraigan una determinada cantidad de un conjunto de objetos, y *"Point to X"*, que se basa en ver si el niño identifica dónde hay *N* objetos en un par de cartas.

Con respecto al primer grupo, solamente conocían el significado exacto de un máximo de tres subconjuntos de números. Es decir, había niños que reconocían el significado de "uno" (uno-conocedores), otros que reconocían en los experimentos "uno" y "dos" (dos-conocedores) y, otros, que eran capaces de entender "uno", "dos" y "tres" (tres-conocedores). Sin embargo, la característica común de todos ellos es que raramente recurrían al conteo como estrategia para resolver tareas que requerían determinar el cardinal del conjunto (en vez de esto, se valían de un tipo de conteo súbito o *subitizing)* y cuando realmente contaban, a menudo, transgredían los principios de cardinalidad y de orden estable.

No obstante, aquellos que eran capaces de contar por encima de 4 mostraban un cambio sustancial en su comprensión numérica. En primer lugar, eran más proclives a utilizar el conteo en tareas de determinar el cardinal de un conjunto. En segundo lugar, tendían a utilizar la última palabra-número de un conteo para una tarea del tipo *"How many"* con 4 veces más frecuencia que los conocedores de subconjuntos (uno-conocedores, dos-conocedores y tres-conocedores). Por otro lado, demostraban una mayor sensibilidad a la precisión de sus acciones de conteo y trasgredían con menor frecuencia los principios de orden estable y cardinalidad. Finalmente, eran capaces de reconocer la cantidad exacta de otros números de la lista numérica.

Wynn estableció que en este momento (3,5 años, rango 2,11-4,0), los niños y niñas empleaban el principio de cardinalidad y determinó que existe un lapso medio de 4 a 5 meses entre cada estadio (es decir, de "uno-conocedor" a "dos-conocedor", de éste a "tres-conocedor" y finalmente a "cardinal-conocedor"), de tal manera que pasa sobre un año desde que son los niños son "uno-conocedores" hasta que son "cardinal-conocedores".

En consecuencia, según los experimentos de Wynn, los niños necesitan más o menos, un año desde que aprenden la lista numérica y son capaces de reconocer, al menos, un subconjunto de un elemento hasta que son competentes para utilizar la lista numérica para establecer el cardinal de un conjunto.

Esta perspectiva propuesta por Wynn, sugiere que la adquisición significativa de la lista numérica verbal concuerda con la elaboración de un sistema de representación de naturaleza no innata que, obviamente, difiere con las tesis de Gelman y Gallistel.

4.4. Principios innatos frente a falta de función

Se ha argumentado que los resultados de los trabajos de Wynn más que indicar inconsistencias en la hipótesis continua, pueden resultar de las limitaciones que niños de estas edades pueden presentar para comprender lo que realmente se les está pidiendo y/o para ejecutar procedimientos adecuados de conteo que satisfagan los requerimientos de la tarea (Gelman, 1993). De esta manera, al considerar el cardinal de un conjunto, los niños deben contar, por ejemplo: "1, 2, 3 y 4", y utilizar el último número de la lista para denotar cuántos objetos hay, diciendo que "hay cuatro". Sin embargo algunos niños omiten el último paso de manifestar cuántos hay, no por falta de comprensión sino por carencias procedimentales y pobre utilización de sus recursos de conteo.

En este sentido la utilización de pruebas más sensibles y menos exigentes para la evaluación de la competencia numérica (por ejemplo, mediante la prueba "*What is on the card?*") han concluido que las limitaciones funcionales de los niños podrían estar detrás de los resultados expuestos en los trabajos de Wynn.

Sin embargo, Le Corre et. al (2006) en una extensa revisión de la cuestión concluyen que realmente los subconjunto-conocedores (uno, dos y tres-conocedores) no pueden considerarse cardinal-conocedores con carencias procedimentales sino que, más al contrario, debe tenerse en cuenta que su representación de número difiere significativamente de los considerados como cardinal-conocedores (capaces de identificar 4 o más objetos). Como consecuencia, entienden los investigadores que debe considerarse que la adquisición de los recursos representacionales expresados en los principios de conteo implica cambios significativos en la representación de número de los niños.

Una cuestión dependiente de la discusión a partir de los trabajos de Le Corre et al. (2006) es conocer si efectivamente el sistema de representación numérico vinculado al conteo difiere de otros núcleos de representación numérica descritos en la investigación sobre la sensibilidad de infantes hacia las regularidades cuantitativas de los estímulos.

A continuación se discute esta cuestión, exponiendo en primer lugar, cuáles son los sistemas de representación numérica que se han detectado en la investigación con infantes menores de dos años. Finalmente se mostrarán según las últimas investigaciones, cuáles pueden ser los sistemas representacionales más implicados en la aparición de las habilidades para el conteo.

5. Fuentes conceptuales de los principios del conteo

5.1. Representaciones numéricas pre-verbales

a) Sistema de representación numérica aproximada

Aunque el número es una propiedad de un conjunto formado por entidades discretas, lo cierto es que hay evidencia suficiente para afirmar que las representaciones no-verbales de los números son continuas (Dehaene, 2003). Tal vez una de las evidencias más notables sea el hecho de que las discriminaciones sin conteo de conjuntos se ajustan a la ley de Weber. Según este principio, el cambio en la intensidad de un estímulo que un organismo necesita para detectar una variación del mismo es proporcional a la intensidad del estímulo original, más que una cantidad constante (Weber's law, 2007).

En el caso de la discriminación sin conteo de cantidades, ésta depende del ratio de sus magnitudes y no de la diferencia de sus valores absolutos. De esta manera, por ejemplo, el tiempo de reacción empleado en diferenciar una matriz de 5 puntos de otra de 10 es menor que el tiempo empleado en diferencia una matriz de 45 puntos de otra de 50.

Sobre este particular se ha determinado que el tiempo de reacción se reduce con el aumento de la distancia entre los valores (se diferencia con más rapidez 2 de 10 que 2 de 5) y que, si la distancia entre las cantidades permanece constante, el tiempo de reacción se incrementa con la magnitud numérica (se distingue antes 2 de 4 que 43 de 45).

La interpretación más aceptada de este sistema de representación numérica es la analogía con una línea o *continuum* interno orientado de izquierda a derecha que está logaritmicamente comprimida de forma que cuanto mayor es la magnitud inherente a los números, menores son las distancias entre ellos. En este sentido, la discriminación entre números empeora a medida que crece la magnitud que representan porque disminuye la distancia subjetiva entre los mismos (Longo y Lourenco, 2007).

Este sistema de representación numérica que se ha denominado "*analog magnitude representations*" y que representa las cantidades de forma aproximada ha sido descrito tanto en humanos adultos como en infantes menores de un año (Féron, Gentaz y Streri, 2006; Xu, Spelke y Goddard, 2005; Xu y Arriaga, 2007) y en animales, especialmente primates no-humanos (Cantlon y

Brannon, 2006; Flombaum, Junge y Hauser, 2005). Por otro lado, también ha sido descrito en poblaciones humanas aisladas y con modelos lingüísticos extremadamente parvos en cuanto al uso de palabras-número (Gordon, 2004; Pica, 2004).

b) Sistema de representación de cantidades pequeñas

El segundo sistema de representación numérica aparece vinculado al manejo de pequeñas cantidades, generalmente no más de tres objetos (Feigenson y Carey 2005; Xu, 2003) y ha sido propuesto como modelo para interpretar las habilidades perceptivas que los niños y niñas menores de 2 años demuestran para el seguimiento de un número limitado de objetos (Cheries, Wynn y Scholl, 2006) y que podría explicar su sensibilidad hacia variaciones aritméticas de conjuntos pequeños (Wynn, 1992; Ksbayashi et al., 2004).

Este sistema propone que los niños son capaces de percibir pequeñas cantidades mediante el “seguimiento” de las peculiaridades individuales de los estímulos y resulta semejante a la representación de estímulos mediante *"object files"* descrita en la investigación sobre las capacidades de atención de adultos (Kahneman, Treisman y Gibbs, 1992).

Este modelo subraya que el sistema sensorial tiende a buscar regularidades en los estímulos que recibe con el fin de ordenar la acción perceptiva. Para ello, entre los niveles más básicos del procesamiento sensorial y los más altos, referidos al nivel consciente, se propone la presencia de representaciones intermediarias de los estímulos o *"object file"* que posibilitan la comunicación entre los niveles antedichos. Estas representaciones intermediarias reunirían las características sensoriales básicas de las entidades percibidas y permitirían al sistema cognitivo seguir los objetos a lo largo del tiempo y a través de las variaciones que pueden sufrir en el espacio como movimientos, cambio de perspectiva, ocultaciones, etc. (Mitroff et al. 2005; Noles et al. 2005).

Otros autores, (Le Corre y Carey, 2007), sin embargo, consideran que este sistema de representación numérica se acerca más al modelo propuesto por Vogel, Woodman y Luck (2001). Este modelo se fundamenta en el hecho de que la memoria a corto plazo puede albergar representaciones paralelas de unos pocos objetos y posibilitar la comparación de éstos con conjuntos visibles de objetos mediante correspondencias biunívocas. Esta interpretación parece ajustarse mejor a determinadas experiencias en las que se plantea a los niños la elección de un subconjunto de *N* objetos (no más de tres) lo que implica que los niños pueden representar ese conjunto, guardarlo en su memoria de trabajo y establecer comparaciones biunívocas con conjuntos visibles.

En cualquier caso, lo que parece cierto es que la principal característica de este sistema, a diferencia de la representación numérica aproximada, es su limitación en cuanto a su capacidad de manipular objetos que en la bibliografía sobre el particular suele referirse a un máximo de 4 objetos durante la edad adulta y 3 en la niñez (Hauser et al., 2007).

c) Sistema cuantificador de conjuntos

La habilidad cognitiva para diferenciar conjuntos es una destreza básica que subyace a la comprensión de los cuantificadores lingüísticos. Éstos son unidades gramaticales que limitan el referente potencial del núcleo del sintagma nominal, bien de forma exacta (numerales: *tres, primero, mitad, triple, etc*.) o bien de forma ambigua (indefinidos: *bastante, poco, algunos, ninguno, etc*.).

Aunque en este momento la investigación sobre la cuestión de si la comprensión basada en conjuntos es previa al desarrollo de las capacidades lingüísticas o si es el lenguaje quien juega un papel primordial en la comprensión conceptual de conjuntos, es un tema de investigación en pleno desarrollo, parece afianzarse la idea, por un lado, de la existencia de un sistema no-verbal de representación de conjuntos, por lo menos para la distinción entre singular y plural, y, por otro, que este sistema mostraría características propias diferenciadas de otros sistemas de representación numéricos (Le Corre, y Carey, 2007).

En esta línea se encuadran las investigaciones de Clark y Grossman (2007) en un trabajo en el que se intenta examinar las conexiones entre el sentido numérico y la comprensión de cuantificadores. Para ello estos autores analizan estas destrezas en tres grupos de personas, pacientes con degeneración cortico-basal (los cuales típicamente presentan un menoscabo significativo en el manejo de números mientras que sus habilidades lingüísticas están relativamente bien conservadas), pacientes con demencia frontotemporal (los cuales muestran demencia semántica que cursa con afasia y las consiguientes dificultades en el dominio verbal aunque no así en sus capacidades numéricas) y finalmente, un grupo de personas control sin patologia cerebral (para una revisión de la demencia frontotemporal y de la degeneración cortico-basal y la relación de ambas patologías con las capacidades numéricas y lingüísticas, se puede consultar en Halpern et al., 2004).

A través de este trabajo se evidencia que el deterioro de las capacidades numéricas incide directamente en la habilidad para interpretar correctamente cuantificadores verbales y en consecuencia, en opinión de los autores, se constata que el sentido numérico sostiene algunos aspectos de la facultad del lenguaje y que la capacidad para representar cantidades exactas es un requisito previo a la comprensión de cuantificadores.

Los trabajos de Clark y Grossman (2007) vienen a corroborar otros similares como los realizados McMillan y colaboradores (2006) que igualmente registran que la neuroanatomía asociada al procesamiento numérico de cantidades exactas apoya la parte del lenguaje correspondiente al manejo de cuantificadores.

Ciertamente estas investigaciones coinciden con la tesis de la existencia de un sistema para la representación de conjuntos anterior al desarrollo de las habilidades lingüísticas (también soportan estas ideas las investigaciones realizadas en primates no-humanos –Hauser et al., 2007–). Con todo, hasta el momento no se ha podido encontrar una relación entre este sistema y los anteriormente expuestos en este artículo. En este sentido, Barner et al. (2007) en un examen del sistema que subyace a la distinción morfosintáctica entre singular y plural en niños menores de dos años, encuentran que éste no se ajusta ni al sistema de representación de cantidades exactas (*"object file"*) ni al correspondiente a las representaciones numéricas aproximadas (*"analog magnitude representations*").

5.2. Origen de los principios de conteo

Le Corre y Carey (2007) reúnen evidencias que permiten aseverar que la naturaleza de las fuentes conceptuales de los principios de conteo están vinculadas al sistema de representaciones de cantidades pequeñas y que, en consecuencia, los niños adquieren estos principios proyectando las palabras-número de "uno" hasta "cuatro" sobre las representaciones que este sistema crea.

El sistema representa conjuntos de elementos creando modelos en la memoria de trabajo en los cuales cada elemento es representado por un único símbolo mental. Aunque hasta el momento no se tiene certeza sobre el nivel de diferenciación de estos símbolos lo que sí se conoce es que no puede albergar más de tres elementos simultáneamente.

En cualquier caso, permanece implícita la discusión de si este sistema de representación de cantidades pequeñas descrito se asemeja a un sistema de "seguimiento" de peculiaridades individuales de los estímulos semejante al propuesto por Kahneman y colaboradores (1992) y que se conoce como *"object files"* o, si por el contrario, es un sistema de representaciones individuales en paralelo dentro de la memoria de trabajo que permite la comparación entre conjuntos visibles y representados enunciado por Vogel et al. (2001).

Finalmente, estos investigadores no encuentran relación entre el sistema vinculado a cantidades aproximadas (*“analog magnitude representations system”*) y la formación de los principios de conteo.

6. Conclusiones

Piaget (1965) consideró que la comprensión de la noción de número no es posible sin la aprehensión de los fundamentos lógicos que permiten dar sentido a la acción de contar. Desde esta perspectiva, los intentos que niños de la etapa pre-operacional puedan hacer por contar y manejar los números son meras rutinas verbales (Gelman, 2006).

Sin embargo, Gelman y Gallistel (1978) y Gelman y Meck (1983) consideran que antes del desarrollo completo de las capacidades de conteo existen unos principios que guían el aprendizaje de esta acción matemática. Numerosas investigaciones han constatado las habilidades pre-numéricas de niños entre 2 y los 5 años (Potter y Levy, 1968; Wynn, 1990; Starkey y Gelman, 1982; Fuson y Kwon, 1992) y se sugiere que la existencia de estas destrezas a una edad tan temprana puede estar relacionado con el hecho de que el dominio de conocimiento que definen los principios de conteo esté presente de forma innata dentro de los mecanismos de procesamiento de la información de los niños (Gelman y Brenneman, 1994, Gelman, 1993).

Sin embargo, investigaciones posteriores han puesto en entredicho esta visión (que por lo demás, no está definitivamente postergada –ver, Gelman, 2006–). Así, los trabajos de Wynn (1990, 1992) y de Le Corre et al., (2006) sugieren que realmente la adquisición de los recursos representacionales expresados en los principios de conteo implica cambios significativos en la representación de número de los niños.

Finalmente, el estudio del nivel de implicación de los sistemas de representación numérica pre-verbal apunta, especialmente, al sistema de representación de cantidades pequeñas como origen prioritario de los principios de conteo.

Entre las líneas de trabajo que la investigación actual sobre el conteo infantil sugiere, cobran particular relevancia las relativas a nuevos datos que ayuden a confirmar el origen conceptual de los principios de conteo y la participación de los sistemas pre-verbales en esta tarea.

Especialmente significativo puede ser el estudio de la relación que el sistema cuantificador de conjuntos tiene con la formación del conteo, mediante el análisis de las posibles diferencias en el ritmo de asignación de significados cuantitativos a las primeras palabras-número entre poblaciones hablantes nativos de lenguas que típicamente vinculan el plural a las palabras-número como el castellano o el inglés (*"dos coche***s***"* y *"two car***s***"*) con hablantes nativos de lenguas que se caracterizan por una menor frecuencia en la aparición de este vínculo como el japonés (Sarnecka, 2007) o el vasco (Villarroel, Nuño y Goñi, 2009)

7. Referencias bibliográficas

Barner, D.; Thalwitz, D.; Wood, J.; Yang, S. y Carey. S. (2007): «On the relation between the acquisition of singular-plural morpho-syntax and the conceptual distinction between one and more than one», Developmental Science, 10 (3), 365-373.

Blas, A.; Gutierrez, D. y Bartolomé, R. (2005): Educación Infantil, Mc Graw Hill, Madrid.

Bryant, P. (1996). Mathematical Understanding in the Nursery School Years. En Learning and Teaching Mathematics. An Internacional perspective, Psychology Press ltd, Publishers, United Kingdom, pp. 53-67.

Cantlon, J. and Brannon, E (2006): «Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans», Psychological Science 17 (5), 401–406.

Chamorro, M.; Belmonte J.; Ruiz, M. y Vecino, F. (2006): Didáctica de las matemáticas para educación infantil, Prentice Hall, Madrid.

Cheries, E.; Wynn, K. and Scholl, B. (2006): «Interrupting infants' persisting object representations: an object-based limit? », Developmental Science 9 (5), 50-58.

Clark, R. and Grossman, M. (2007): «Number sense and quantifier interpretation», Topoi, 26 (1), 51-62.

Dehaene, S. (2003): «The neural basis of the Weber–Fechner law: a logarithmic mental number line», Trends in Cognitive Science, 7, 145–147.

Feldman, D. (2005): «Piaget's next term stages: the unfinished symphony of cognitive development», New Ideas in Psychology, 22 (3), 175-231.

Feigenson, L. and Carey, S. (2005): «On the limits of infants' quantification of small object arrays», Cognition, 97, 295-313.

Féron, J., Gentaz, E. and Streri, A. (2006): «Evidence of amodal representation of small numbers across visuo-tactile modalities in 5-Month-old infants», Cognitive development, 21 (2), 81-92.

Flombaum, J; Junge, J. and Hauser M. (2005): «Rhesus monkeys spontaneously compute addition operations over large numbers», Cognition, 97 (3), 15-325.

Fuson, K. C., & Kwon, Y. (1991). «Learning addition and subtraction: Effects of number words and other cultural tools». En J. Bideaud, C. Meljac, & J. P. Fischer (Eds.), Pathways to number (pp. 283-302). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Gelman, R. (1993): «A rational-constructivist account of early learning about numbers and objects», en *Learning and motivation*, 30, 61-96, Academic Press: New York..

Gelman, R. (2006): «Young Natural-Number Arithmeticians», Current Directions in Psychological Science 15 (4), 193–197.

Gelman, R. y Brenneman, K. (1994): «First principles can support both universal and culture-specific learning about number and music», en L.A. Hirschfeld and S. Gelman, Editors, Mapping the mind: Culture and domain-specificity, Cambridge University Press, Cambridge, UK (1994), pp. 369–390.

Gelman, R. y Gallistel, C. (1978): The child's understanding of number, Cambridge, Mass : Harvard University Press,.

Gelman, R. y Meck, E. (1983): «Preschooler's counting: principles before skill», Cognition, 13, 343-360.

Gordon, P. (2004): «Numerical cognition without words: evidence from Amazonia», Science, 306, 496-499.

Halpern, C.; Glosser, G.; Clark, R.; Gee, J.; Moore, P.; Dennis, K.; McMillan, C.; Colcher, A. & Grossman, M. (2004): «Dissociation of numbers and objects in corticobasal degeneration and semantic dementia», Neurology, 62, 1163–1169.

Hauser, M.; Barner, D. and O'Donnell, T. (2007): «Evolutionary Linguistics: A New Look at an Old Landscape», Language Learning and Development, 3 (2), 101-132.

Kahneman, D.; Treisman, A. and Gibbs, B. (1992): «The reviewing of object files: Object-specific integration of information», Cognitive Psychology, 24, 175-219.

Kamii, C.; Rummelsburg, J. and Kari, A. (2005): «Teaching arithmetic to low-performing, low-SES first graders», The Journal of Mathematical Behavior, 24 (1), 39-50.

Kobayashi, T., Hiraki, K., Mugitani, T. and Hasegawa, T. (2004): «Baby arithmetic: One object plus one tone», Cognition, 91 (2), 23-34.

Labinowicz, E. (1986): Introducción a Piaget. Pensamiento. Aprendizaje y Enseñanza, Fondo Educativo Interamericano, México.

Le Corre, M., & Carey, S. (2007): «One, two, three, four, nothing more: How numerals are mapped onto core knowledge of number in the construction of the counting principles», Cognition, 105 (2), 395-438.

Longo, M. and Lourenco, S. (2007): «Spatial attention and the mental number line: Evidence for characteristic biases and compression», Neuropsychologia, 45, 400–1407.

McMillan, C.; Clark, R.; Moore, P. and Grossman, M. (2006): «Quantifier comprehension in corticobasal degeneration», Brain and Cognition, 62 (3), 250-260.

Mitroff, S., Scholl, B. y Wynn, K. (2005): «The relationship between object files and conscious perception», Cognition, 96 (1), 67-92.

Noles, N.; Scholl, B. and Mitroff, S. (2005): «The persistence of object-file representations», Perception and Psychophysics, 67, 324-334.

Oyarzun C. (2005): «La habilidad de contar: el fundamento cognitivo del concepto de número y la resolución de problemas verbales aritméticos», REXE: Revista de estudios y experiencias en educación, 4, (8), 2005, 139-152.

Piaget, Jean (1967). La génesis del número en el niño. Buenos Aires. Guadalupe.

Piaget, J. (1980): Biología y conocimiento, Siglo Veintiuno, Madrid.

Pica, P.; Lemer, C.; Izard, V. and Dehaene, S. (2004): «Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group», Science, 306, 499-503.

Potter, M. and Levy, E. (1968): «Spatial enumeration without counting», Child Development, 39, 265–272.

Rittle-Johnson, B. and Siegler, R. (1998): «The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review», en *The development of mathematical skill*, Psychology Press, United Kingdom.

Sarnecka, B.; Kamenskaya, V.; Yuko, T.; Ogura, T. and Yudovina, Y. (2007): «From Grammatical Number to Exact Numbers: Early Meanings of "One", "Two", and "Three" in English, Russian, and Japanese», Cognitive Psychology, 55 (2), 136-168.

Schirlin, O. and Houdé, O. (2006): «Negative priming effect after inhibition of weight/number interference in a Piaget-like task», Cognitive Development, 22 (1), 124-129.

Spelke, E. y Kinzler, K. (2007): «Core knowledge. Developmental», Science 10, 89-96.

Starkey, P., and Gelman, R. (1982): «The development of addition and subtraction abilities prior to formal schooling in arithmetic», en *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, LEA, Hillsdale.

Villarroel, Nuño & Goñi. (2009). «The origin of numerical concepts: early meanings of "one", "two", and "three" among basque- and spanish- speaking children»,. Problems of Education in the 21st Century, 10 (10), 109-123.

Vogel, E. K., Woodman, G. F., & Luck, S. J. (2001): «Storage of features, conjunctions, and objects in visual working memory», Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 27, 92–114.

Weber's law. (2007). En Encyclopædia Britannica. Consultado Septiembre 6, 2007, de Encyclopædia Britannica Online: http://www.britannica.com/eb/article-9076393.

Wynn, K. (1990): «Children's understanding of counting», Cognition, 36, 155–193.

Wynn, K. (1992): «Addition and subtraction by human infants», Nature, 358, 749-750.

Wynn, K. (1992b): «Children's acquisition of number words and the counting system», Cognitive Psychology, 24, 220–251.

Xu, F. (2003): «Numerosity discrimination in infants: evidence for two systems of representations», Cognition, 89 (1), B15–B25.

Xu, F. and Arriaga, R. (2007): «Number discrimination in 10-month-old infants», British Journal of developmental psychology, 25, 103-108.

Xu, F., Spelke, E. and Goddard, S. (2005): «Number Sense in Human Infants», Developmental Science, 8 (1), 88-101.